

# INSTITUCIÓN EDUCATIVA EDUARDO SUAREZ ORCASITA

ASIGNATURA: Estadística

GRADO: \_\_\_\_\_

PROFESOR: Lácides Baleta

GUIA \_\_\_\_\_

NOMBRE: \_\_\_\_\_ FECA: \_\_\_\_\_

## PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE CONTEO, COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

**LOGRO:** *utilizar los principios de adición y multiplicación de una sucesión infinita de eventos, para hallar el número total de resultados posibles que se pueden presentar en un suceso aleatorio.*

### PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE CONTEO

En lo que respecta a técnicas de conteo, tenemos dos principios importantes:

- El principio de adición
- El principio de multiplicación

Muchos problemas se pueden resolver contando la ocurrencia de ciertos eventos simples, los principios de conteo de adición y multiplicación nos ayudarán a resolver problemas que involucran eventos compuestos.

En muchos experimentos aleatorios, el espacio muestral resulta numeroso y en ocasiones es muy dispendioso escribir cada uno de sus elementos. Además en gran parte del estudio de la probabilidad interesa el gran número de elementos del espacio muestral y no específicamente los elementos.

Por esta razón, es necesario determinar algunas herramientas o criterios que permitan encontrar el número de elementos del espacio, teniendo en cuenta las características del experimento.

Para determinar cada uno de los criterios se usan los conceptos de población y muestra además se determinan dos conceptos más que son el orden y la repetición en la muestra.

Analicemos los siguientes ejemplos:

- a. A la final de torneo femenino intercolegiado de gimnasia clasificaron Martha, Lucia, Elena, y Karina, si se otorgan medallas de oro, plata, y bronce, se pueden considerar dos aspectos al momento de la entrega de medallas.

La población son las cuatro finalistas, la muestra será tres que obtiene medalla, sin embargo para la selección es posible considerar dos aspectos:

- Para cada una de las cuatro gimnastas importa el **ORDEN**, ya que cada una obtendrá una medalla diferente, luego existe el orden en el caso que la prueba no sea la final sino una prueba clasificatoria, en la cual las dos primeras gimnastas pasarán a la siguiente ronda, no se considera el orden, ya que aunque se logre el primero o el segundo lugar, las dos clasificarán.
- Cada una de las atletas ganará una y solo una medalla, es decir, si es primera ganará la medalla de oro y ninguna otra, en este caso **NO EXISTE REPETICIÓN**

El manejo de estos dos criterios determina el buen uso de las herramientas que ayudaran a determinar el número de elementos del espacio muestral.

Una vez se han aclarado estos dos conceptos, se pueden determinar tres tipos de técnicas de contar; el principio de la multiplicación, las permutaciones, factoriales y combinaciones.

En cada experimento aleatorio es necesario determinar si existe el orden y la repetición, para poder seleccionar la técnica correcta que se debe aplicar.

- b. Una familia está planeando sus vacaciones, las opciones que tiene son;
- A clima frio: Parque de los Nevados, Nevado del Cocuy, Sierra Nevada de Santa Marta
  - Clima caliente: Santa Marta, San Andrés, Capurganá, Cali, Cabo dela Ve, Leticia.

Como solamente van a elegir un sitio entonces pueden elegir entre tres lugares para clima frio y seis lugares para clima caliente, en total tienen  $3 + 6 = 9$  lugares para ir de vacaciones.



### PRINCIPIO DE ADICIÓN

Si se desea llevar a efecto una actividad, la cuál tiene formas alternativas para ser realizada, donde la primera de esas alternativas puede ser realizada de  $M$  maneras o formas, la segunda alternativa puede realizarse de  $N$  maneras o formas ..... y la última de las alternativas puede ser realizada de  $W$  maneras o formas, entonces esa actividad puede ser

llevada a cabo de,  $M + N + \dots + W$  maneras o formas

Ejemplos:

- 1) Una persona desea comprar una lavadora de ropa, para lo cuál ha pensado que puede seleccionar de entre las marcas Whirpool, Easy y General Electric, cuando acude a hacer la compra se encuentra que la lavadora de la marca W se presenta en dos tipos de carga ( 8 u 11 kilogramos), en cuatro colores diferentes y puede ser automática o semiautomática, mientras que la lavadora de la marca E, se presenta en tres tipos de carga (8, 11 o 15 kilogramos), en dos colores diferentes y puede ser automática o semiautomática y la lavadora de la marca GE, se presenta en solo un tipo de carga, que es de 11 kilogramos, dos colores diferentes y solo hay semiautomática. ¿Cuántas maneras tiene esta persona de comprar una lavadora?

Solución:

$M$  = Número de maneras de seleccionar una lavadora Whirpool

$N$  = Número de maneras de seleccionar una lavadora de la marca Easy

$W$  = Número de maneras de seleccionar una lavadora de la marca General Electric

$$M = 2 \times 4 \times 2 = 16 \text{ maneras}$$

$$N = 3 \times 2 \times 2 = 12 \text{ maneras}$$

$$W = 1 \times 2 \times 1 = 2 \text{ maneras}$$

$$M + N + W = 16 + 12 + 2 = 30 \text{ maneras de seleccionar una lavadora}$$

- 2 ) Rafael Luna desea ir a las Vegas o a Disneylandia en las próximas vacaciones de verano, para ir a las Vegas él tiene tres medios de transporte para ir de Chihuahua al Paso Texas y dos medios de transporte para ir del Paso a las Vegas, mientras que para ir del paso a Disneylandia él tiene cuatro diferentes medios de transporte, a) ¿Cuántas maneras diferentes tiene Rafael de ir a las Vegas o a Disneylandia?, b) ¿Cuántas maneras tiene Rafael de ir a las Vegas o a Disneylandia en un viaje redondo, si no se regresa en el mismo medio de transporte en que se fue?.

Solución:

a)  $V$  = maneras de ir a las Vegas

$D$  = maneras de ir a Disneylandia

$$V = 3 \times 2 = 6 \text{ maneras}$$

$$D = 3 \times 4 = 12 \text{ maneras}$$

$$V + D = 6 + 12 = 18 \text{ maneras de ir a las Vegas o a Disneylandia}$$

b)  $V$  = maneras de ir y regresar a las Vegas

$D$  = maneras de ir y regresar a Disneylandia

$$V = 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 12 \text{ maneras}$$

$$D = 3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72 \text{ maneras}$$

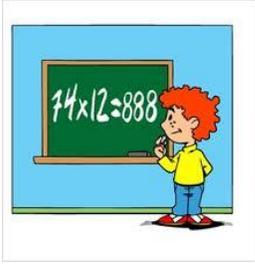
$$V + D = 12 + 72 = 84 \text{ maneras de ir a las Vegas o a Disneylandia en un viaje redondo}$$

**Ahora realiza en tu cuaderno el diagrama de árbol del siguiente ejercicio**

En una heladería los helados se venden en cono y en vaso, uno y en cada uno viene solo de los siguientes sabores, chocolate, pistacho, vainilla, hallemos todas las posibles combinaciones de helados.

**ACTIVIDAD No. 1**

1. Se lanzan dos dados al aire y se suman los resultados obtenidos en las caras superiores. ¿De cuántas formas se puede obtener múltiplo de 2? ¿De cuántas múltiplo de 3? ¿Y múltiplo de 2 y 3? ¿Y múltiplo de 2 ó 3?
2. En una academia de idiomas se imparten clases de inglés, francés y alemán. En el curso actual, 78 alumnos estudian al menos inglés, 62 francés y 47 alemán, 23 inglés y francés, 17 inglés y alemán, 13 francés y alemán y 4 estudian los tres idiomas. ¿Cuántos alumnos estudian únicamente inglés? ¿Cuántos alumnos estudian un único idioma?
3. Una urna contiene 100 bolas numeradas de la forma: 00, 01, ... 98, 99. Se saca una bola al azar, sea  $M$  la primera cifra y  $N$  la segunda. Determinar en cuántos casos se pueden dar las siguientes situaciones
  - a.  $M = 3$
  - b.  $N = 4$
  - c.  $M \neq N$
  - d.  $M > N$
  - e.  $M + N = 9$
  - f.  $M \cdot N > 49$
  - g.  $M + N \neq 8$
  - h.  $M^2 + N^2 < 100$



## PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Si se desea realizar una actividad que consta de  $r$  pasos, en donde el primer paso de la actividad a realizar puede ser llevado a cabo de  $N_1$  maneras o formas, el segundo paso de  $N_2$  maneras o formas y el  $r$ -ésimo paso de  $N_r$  maneras o formas, entonces esta actividad puede ser llevada a efecto de;

$$N_1 \times N_2 \times \dots \times N_r \text{ maneras o formas}$$

El principio multiplicativo implica que cada uno de los pasos de la actividad deben ser llevados a efecto, uno tras otro.

Ejemplos:

1) Una persona desea construir su casa, para lo cuál considera que puede construir los cimientos de su casa de cualquiera de dos maneras (concreto o block de cemento), mientras que las paredes las puede hacer de adobe, adobón o ladrillo, el techo puede ser de concreto o lámina galvanizada y por último los acabados los puede realizar de una sola manera ¿cuántas maneras tiene esta persona de construir su casa?

Solución:

Considerando que  $r = 4$  pasos

$N_1 =$  maneras de hacer cimientos = 2

$N_2 =$  maneras de construir paredes = 3

$N_3 =$  maneras de hacer techos = 2

$N_4 =$  maneras de hacer acabados = 1

$N_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4 = 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$  maneras de construir la casa

EJEMPLO: ¿Cuántas placas para automóvil pueden ser diseñadas si deben constar de tres letras seguidas de cuatro números, si las letras deben ser tomadas del abecedario y los números de entre los dígitos del 0 al 9?, a. Si es posible repetir letras y números, b. No es posible repetir letras y números, c. Cuántas de las placas diseñadas en el inciso b empiezan por la letra D y empiezan por el cero, d. Cuántas de las placas diseñadas en el inciso b empiezan por la letra D seguida de la G.

Solución:

a. Considerando 26 letras del abecedario y los dígitos del 0 al 9

$26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 75,760,000$  placas para automóvil que es posible diseñar

b.  $26 \times 25 \times 24 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 78,624,000$  placas para automóvil

c.  $1 \times 25 \times 24 \times 1 \times 9 \times 8 \times 7 = 302,400$  placas para automóvil

d.  $1 \times 1 \times 24 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 120,960$  placas para automóvil

EJEMPLO: ¿Cuántos números telefónicos es posible diseñar, los que deben constar de seis dígitos tomados del 0 al 9?, a. Considere que el cero no puede ir al inicio de los números y es posible repetir dígitos, b. El cero no debe ir en la primera posición y no es posible repetir dígitos, c. ¿Cuántos de los números telefónicos del inciso b empiezan por el número siete?, d. ¿Cuántos de los números telefónicos del inciso b forman un número impar?.

Solución:

a.  $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 900,000$  números telefónicos

b.  $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 136,080$  números telefónicos

c.  $1 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15,120$  números telefónicos

d.  $8 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 5 = 67,200$  números telefónicos

EJEMPLO: se dispone de tres vías para viajar de Cali a Bogotá y de 4 vías para viajar de Bogotá a Cali, ¿Cuántas formas se puede organizar el viaje de ida y vuelta de Cali a Bogotá.

$(3) * (4) = 12$  maneras

### **¿Cómo podemos distinguir cuando hacer uso del principio multiplicativo y cuando del aditivo?**

Es muy simple, cuando se trata de una sola actividad, la cual requiere para ser llevada a efecto de una serie de pasos, entonces haremos uso del principio multiplicativo y si la actividad a desarrollar o a ser efectuada tiene alternativas para ser llevada a cabo, haremos uso del principio aditivo.

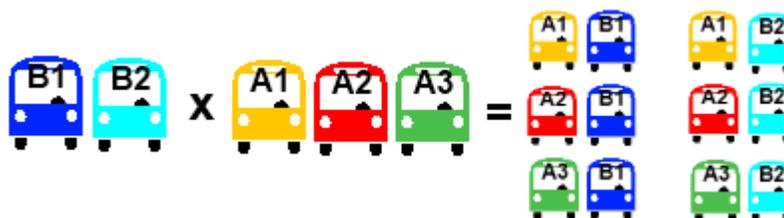
### **ACTIVIDAD No. 2**

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Un programador de computadores está escribiendo un nuevo programa que le permite construir aleatoriamente un número para los billetes de la lotería. Este número consta de cuatro cifras y una serie de dos dígitos.  
¿Cuántos posibles números tiene que considerar el programa para construir un número de la lotería?
2. Una agencia de viajes ofrece un programa turístico de tres días, para el primer día ofrece paseo por la ciudad, o una caminata por la sabana, para el segundo día visita a museos, tours por el centro de la ciudad o cabalgata por los alrededores del barrio colonial, para el tercer día ofrece un tour nocturno por los bares del centro o una visita a la casa de poesía de la ciudad, el tiempo que se requiere en cada actividad hace que el viajero pueda escoger solo una actividad por día. ¿Cuántas opciones distintas tiene un viajero para aprovechar sus días de permanencia en la ciudad?
3. Ordena de todas las formas posibles las letras A, D, N
4. Forma todos los números posibles de tres cifras con los dígitos 2, 3 y 5

### ACTIVIDAD 3

1. Calcular cuántos números enteros diferentes de tres dígitos se pueden formar con los dígitos 2,3,4,5,6,7,8 si los dígitos no pueden repetirse.
2. Calcular cuántos números enteros diferentes de tres dígitos se pueden formar con los dígitos 2,3,4,5,6,7,8 si los dígitos pueden repetirse.
3. Calcular de cuántas maneras diferentes se pueden sentar tres niños en una banca de tres asientos
4. Calcular de cuántas maneras diferentes se pueden sentar tres niños en una banca de cuatro asientos.
5. Calcular cuántos passwords de cuatro letras distintas se pueden diseñar con las letras de la palabra MEMORIA.
6. Calcular cuántos passwords de cuatro letras se pueden diseñar con las letras de la palabra memoria.



### TALLER DE NIVELACION

1. Un estudiante debe realizar 5 exámenes y puede hacerlos en 8 fechas diferentes, determine cuantos arreglos posibles pueden suceder
2. Un tres de pasajeros comprende 2 vagones para equipaje, 2 vagones de primera clase y de tercera clase, ¿de cuantas formas se pueden arreglar los vagones si los 2 de equipaje deben ir adelante y los tres de segunda clase al final?
3. ¿cuántas combinaciones de 5 cartas pueden hacerse de una baraja de 52 cartas?
4. En un equipo de baloncesto hay 10 jugadores, ¿de cuantas maneras puede formarse un equipo compuesto de cinco jugadores?
5. ¿De cuántas formas se pueden sentar 3 parejas de casados alrededor de una mesa circular, si no debe haber dos mujeres juntas ni dos hombres juntos?
6. ¿De cuántas formas diferentes se pueden sentar seis alumnos en un salón de clases con 25 pupitres?
7. ¿Cuántos números de 2 cifras sin repetición se pueden formar con los dígitos 8, 2, 5, 4, 7?
8. ¿De cuántas formas podemos contestar un examen de 12 preguntas de opción múltiple, si cada pregunta tiene 5 alternativas de respuesta; pero no sabemos cuál es la respuesta correcta, ¿cuál es el número máximo de intentos que podemos realizar antes de encontrar las doce preguntas correctas?
9. ¿Cuántos números de tres cifras con repetición se pueden formar usando todos los siguientes dígitos 7, 4, 8, 5, 3?

## TALLER DE PROFUNDIZACION DE SEGUNDO PERIODO

1. Suponga que una placa de automóvil contiene dos letras seguidas de tres dígitos, con el primer dígito diferente de cero. ¿cuántas placas diferentes pueden fabricarse (toma 27 letras)
2. ¿cuántos números de tres cifras diferentes pueden formarse con los dígitos 1, 2, 3, 4?
3. ¿de cuántas maneras pueden asignarse 6 obreros a 6 máquinas diferentes, si cada obrero puede operar cualquiera de las máquinas pero cada máquina solo admite un obrero?
4. ¿de cuántas maneras pueden caer tres monedas, lanzadas al aire?
5. En una máquina tragamonedas cada rueda tiene tres figuras; banano(b), manzana(M) y cereza (C) Elabora un diagrama de árbol para determinar los posibles resultados al girar la palanca para obtener una combinación de tres figuras, ¿Cuántos resultados obtuviste?
6. Si tengo una camisa roja, una azul, una amarilla y dos pantalones; uno negro y otro café, realiza un diagrama de árbol de las posibles combinaciones para vestirme.

*“cuando se nos otorga la enseñanza, se debe percibir como un valioso regalo; y no como una dura tarea, aquí está la diferencia de lo trascendente”*

*Albert Einstein*

